

|  |            |                   |                    |                |
|--|------------|-------------------|--------------------|----------------|
| <b>Óbudai Egyetem</b>  |            |                   |                    |                |
| <b>Alba Regia Műszaki Kar</b>  |            |                   |                    |                |
| <b>Tantárgy neve és kódja:</b>   |            |                   |                    |                |
| Matematika I. AGXMA1FBNF, AMXMA1MBNF, AMXMA1GBNF, AMXMA1VBNF   |            |                   |                    |                |
| Matematikai alapismeretek ATXMA1IFNF, ATXMA1IBNF   |            |                   |                    |                |
| <b>Kreditérték: 4</b>  |            |                   |                    |                |
| Nappali tagozat 2023/2024 1. félév   |            |                   |                    |                |
| Szakok, melyeken a tárgyat oktatják: földmérő és földrendező mérnök, gazdálkodási menedzser, gépészmérnök, mérnökinformatikus, műszaki menedzser, villamosmérnök alapszak, mérnökinformatikus asszisztens FOSZK  |            |                   |                    |                |
| Tantárgyfelelős oktató:  |            | Oktatók:          | Dr. Borbély József |                |
| Előtanulmányi feltételek: (kóddal)   |            |                   |                    |                |
| Heti óraszámok:  | Előadás: 2 | Tantermi gyak.: 2 | Laborgyakorlat: 0  | Konzultáció:   |
| Számonkérés módja (s,v,f):   | v          |                   |                    |                |
| <b>A tananyag</b>  |            |                   |                    |                |
| <i>Oktatási cél:</i> A hallgatók további tanulmányaihoz szükséges matematikai alapok elsajátítása. A matematikai gondolkodás fejlesztése, és segítségével a műszaki szemléletmód kialakulásának elősegítése.   |            |                   |                    |                |
| <i>Tematika:</i>   |            |                   |                    |                |
| <b>Témakör</b>   |            |                   |                    | <b>Óraszám</b> |
| Előadások/Gyakorlatok:   |            |                   |                    |                |
| <p><b>1.</b> Az egész számok induktív definíciója. Teljes indukció. A számelmélet alaptétele, maradékos osztás. A valós számok teste. Testaxiómák, rendezési axiómák (egyenlőtlenségekre vonatkozó axiómák) a valós testben. Algebrai azonosságok (négyzetre emelés, köbre emelés, négyzetek különbsége, köbök különbsége és összege, n-edik hatványok különbsége, (2k+1)-edik hatványok összege).</p> <p>A valós számok segítségével a mérték fogalma. Szakasz hossza, az abszolútérték fogalma. Háromszög-egyenlőtlenség. Terület és térfogat, ezek tulajdonságai (additivitás stb.)</p> <p>Az első n darab pozitív egész szám összege (Gauss), az első n darab négyzetszám összege. Számítási és mértani sorozatok, ezek összegképlete.</p> <p>A háromszögbe írt kör és a tetraéderbe írt gömb létezése, ezek segítségével terület- és térfogatképlet.</p> <p>A háromszög köré írt kör és a tetraéder köré írt gömb létezése. Egyéb háromszöges területképletek.</p> <p>Érintősokszögek, ezekkel kapcsolatos területképlet. Magasságpont.</p> |            |                   |                    | 2+2            |
| <p><b>2.</b> Egyenletek megoldása. A másodfokú megoldóképlet. Gauss-elimináció. Egy-és többváltozós polinomok. Polinomok előírása bizonyos helyeken (Lagrange-interpoláció). Általános megjegyzések a polinomok gyökeiről, Bézout-tétel, Viete-azonosságok. Nemlineáris egyenletekre egyenletrendszerre vonatkozó megoldási módszerek és ötletek (alacsonyabb fokúra redukálás, helyettesítés, értékészletvizsgálat, reciprokegyenletek stb.).</p>   |            |                   |                    | 2+2            |
| <p><b>3.</b> Matematikai következtetések. Az ekvivalencia fogalma. Egyenletek és egyenletrendszerek ekvivalenciája. Állítások ekvivalenciája. Pithagorasz-tétel, és a tétel megfordítása. Thalész-tétel, és a tétel megfordítása. Húrnégyszögek tétele, és a tétel megfordítása. Szögfelezőtétel, és a tétel megfordítása. Indirekt bizonyítások. A négyzet átlója nem összemérhető a négyzet oldalával. Végtelen sok prímszám létezik. Halmazok uniója, metszete. A matematikai "és", valamint a matematikai "vagy" fogalma.</p>  |            |                   |                    | 2+2            |
| <p><b>4.</b> A végtelen fogalma. Az arkhimédeszi axióma. Alulról és felülről korlátos számhalmazok. Az alsóhatár- és a felsőhatár-axióma, infimum, szuprémum. Cantor-axióma, egymásba ágyazott intervallumok magja. Torlódási pont fogalma. A racionális számok teste, az irracionális számok halmaza. A racionális számok mindenütt sűrűek a valós számhalmazon (a maradékos osztás mintájára). Az előzők segítségével a hatványozás és a gyökvonás értelmezése a valós számok körében.</p>   |            |                   |                    | 2+2            |
| <p><b>5.</b> CSB-egyenlőtlenség. Szögfüggvények általános bevezetése, ezek tulajdonságai. Szinuszos területképlet a háromszögben. Bretschneider-formula, Brahmagupta-képlet, Heron-képlet. Szinusztétel, koszinusztétel. Addíciós tételek.</p>   |            |                   |                    | 2+2            |

|   |  |
|---|--|
| 6. Vektor fogalma, vektorokra vonatkozó axiómák. Vektorok geometriailag és algebrailag (n-dimenzióban). Vektorok hossza (abszolútértéke). Skaláris szorzat a síkban és térben (két ekvivalens definíció). Skaláris szorzat n-dimenziós térben. Vektoriális szorzat definíciója. Egyenes, kör, gömb egyenlete. Másodfokú görbék. | 2+2  |
| 7. Általános függvényfogalom bevezetése. Monotonitás, szigorú monotonitás fogalma. Pontbeli lokális monotonitás. A differenciáhányados előjele és a pontbeli lokális monotonitás. Hatványfüggvények bevezetése, ezek monotonitása.  | 2+2  |
| 8. A számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenség. Az Euler-szám bevezetése. Az $\sqrt[n]{n}$ sorozat vizsgálata.   | 2+2  |
| 9. Sorozatokról általánosan. Sorozatok konvergenciája és divergenciája. Műveletek konvergens sorozatokkal. Hatványozás és gyökvonás azonosságai. Rendőrelv, Bolzano-Weierstrass-tétel.  | 2+2  |
| 10. A logaritmus fogalma. Logaritmusfüggvény monotonitása. Az inverzfüggvény értelmezése és tulajdonságai, az inverzfüggvény és az eredeti függvény görbéjének kapcsolata. Szögfüggvények inverze. Függvények kompozíciója.   | 2+2  |
| 11. Általánosan a terület és a térfogat fogalma. A kör területe, a gömb térfogata. A pi szám értelmezése. A $\sin x/x$ a nulla környezetében. A parabola alatti terület, alsó és felső integrál fogalma. A Darboux-integrál. Új osztópont beiktatása, Darboux-tétele.   | 2+2  |
| 12. A végtelen mértani sorok, illetve végtelen sok tagú összegek (végtelen sorok) értelmezése. Akhilleusz és a teknősbéka. Taylor-sor fogalma, az $\frac{1}{x-1}$ függvény sorfejtése. Végtelen sorokra vonatkozó konvergenciakritériumok: majoráns és minoráns kritérium, gyökkritérium és hányadoskritérium.                  | 2+2  |
| 13. Függvényhatárérték fogalma. Euler-szamos függvényhatárértékek és a $\sin x/x$ a nullában. Függvények folytonossága. Elemi folytonos függvények. Példa nem folytonos függvényekre. Műveletek folytonos függvényekkel. Inverzfüggvény folytonossága. Bolzano-tétel, Weierstrass-tétel. Alkalmazások.                          | 2+2  |
| 14. A derivált fogalma, szemléletes jelentése. A deriválhatóság és a folytonosság kapcsolata. A derivált alkalmazásai a fizikában. Nevezetes függvények deriváltfüggvényei. Inverzfüggvény deriváltja.  | 2+2  |
| <b>Félévközi követelmények</b>  |  |
| <b>AZ ELŐADÁSOK LÁTOGATÁSA KÖTELEZŐ!</b>  |  |
| Aláírás feltétele:  | két zh-ból együttvéve legalább 30% teljesítése |
| A vizsga módja (írásbeli, szóbeli, teszt, stb): írásbeli és szóbeli   |  |

|                  |   |
|------------------|---|
| <b>Irodalom:</b> |   |
| Kötelező:        |   |
|                  |   |
| Ajánlott:        | Scharnitzky Viktor: <i>Vektorgeometria és lineáris algebra</i> , Tankönyvkiadó, Budapest, 1985<br>Kovács József, Takács Gábor és Takács Miklós: <i>Analízis</i> , Tankönyvkiadó, Budapest, 1986<br><i>Matematikai feladatok</i> , Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1998 |